2 Allgemeine Grundlagen

2.1 Prozess Akustikentwicklung

Die Geräusche werden in den Innenraum des Fahrzeugs sowohl über Luftschall- als auch über Körperschallpfade übertragen. Für das Außengeräusch sind weitgehend nur Luftschallpfade dominant. Die Erfahrung zeigt, dass zur Beeinflussung der Geräuschkulisse im Inneren eines Fahrzeuges Einzelmaßnahmen im Allgemeinen nur einen kleinen Beitrag bringen oder überhaupt nicht merkbar sind. Erst durch die systematische Beeinflussung aller relevanten Schallpfade im Rahmen eines akustischen Gesamtkonzeptes können die gewünschten Ergebnisse erreicht werden.

In **Bild 2-1** sind die akustischen und schwingungstechnischen Anregungsquellen, deren Übertragungspfade und die relevanten Geräusch- und Schwingungsphänomene schematisch dargestellt. Die Gliederung der folgenden Abschnitte orientiert sich an dieser Prinzipstruktur.

Bild 2-1: Schema der wesentlichen vibroakustischen Quellen, Übertragungspfade und Phänomene im Kraftfahrzeug

Schwingungsphänomene können physikalisch gesehen nach obiger Struktur ebenfalls als Körperschall im Infraschallbereich angesehen werden, der dadurch vorrangig nicht als akustischer Eindruck über das Hörorgan, sondern als Vibration über die Kontaktstellen des Körpers mit dem Fahrzeug taktil wahrgenommen wird. Die Gesamtheit aller Schwingungsphänomene im fühlbaren und hörbaren Frequenzbereich wird deshalb nachstehend, wo sinnvoll, unter dem Begriff Vibroakustik[1] zusammengefasst.

[1] Im englischen Sprachraum NVH (Noise Vibration Harshness)

2.1.1 Zielfindung

Zu Beginn der Entwicklung eines Fahrzeuges ist es notwendig, dessen Positionierung im Markt und damit auch seine vibroakustische Zielpositionierung exakt festzulegen. Hier sind Vorgaben für alle kundenwerten akustischen und schwingungstechnischen Phänomene zu machen. Aus diesen Vorgaben muss ein schlüssiges vibroakustisches Konzept entwickelt werden. Dieses ist wiederum die Basis für die Ableitung von Subzielen für die wesentlichen eigenschaftsprägenden Subsysteme und Komponenten. Der Zielkatalog für die vibroakustischen Eigenschaften ist damit grundsätzlich hierarchisch strukturiert. Ausgehend von den Gesamtfahrzeugzielwerten der Ebene 0 werden zuerst die vibroakustischen Kenndaten für die drei wesentlichen Subsysteme der ersten Ebene (Karosserie, Antrieb und Antriebsstrang, Fahrwerk) festgelegt. In den nachfolgenden Ebenen 2, 3, ... werden dann – bei ständig zunehmender Anzahl – die Eigenschaften von deren Subkomponenten mit fortschreitender Detaillierung beschrieben. Neben quantitativ festgelegten Zielwerten finden sich in vibroakustischen Lastenheften oft auch nur qualitativ formulierte Anforderungen an die Geräuschqualität. So wird z.B. ein „ausgewogenes“ Klangbild oder kein „Kaputtgeräusch“ gefordert. Während im ersten Fall die Zielwerte direkt zur quantitativen Bewertung eines Entwickungsstandes herangezogen werden können, macht die subjektive Beurteilung im zweiten Fall, wenn sie nicht rein willkürlich erfolgen soll, entsprechende statistisch und psychoakustisch fundierte Vorgehensweisen erforderlich (Kapitel 2.1.2 und 2.1.3).

Bild 2-2: Hierarchische Strukturierung relevanter Systeme und Komponenten

Nicht unerwähnt bleiben darf jedoch, dass das Spezifizieren der vibroakustischen Zielwerte wegen der

Vielzahl von Zielkonflikten zwischen den verschiedenen Eigenschaften nicht losgelöst von konkurrierenden Anforderungen erfolgen kann. Wichtig ist in diesem Zusammenhang ein ausgewogenes Optimum über alle Fahrzeug-Eigenschaften hinweg anzustreben, denn im Endeffekt wird nur ein in allen Disziplinen stimmiges Fahrzeug hohe Kundenakzeptanz gewinnen.

Für die stimmige Festlegung von kundenwerten Zielen, die mit dem jeweiligen Fahrzeug erreicht werden sollen, ist ein genaues Verständnis für die Wirkungen von vibroakustischen Phänomenen auf die Insassen von Fahrzeugen notwendig. Diese Wirkungen können vielfältiger Natur sein. Sie betreffen den Komforteindruck des Fahrzeugs, wenn beispielsweise hohe Windgeräusche das Reisen bei höheren Geschwindigkeiten beeinträchtigen, sie können sich aber auch auf den allgemeinen Wertigkeitseindruck eines Fahrzeugs negativ auswirken, wenn Klapper- und Knarzgeräusche ein unsolides Fahrzeug suggerieren oder wenn ein wimmerndes Geräusch beim Betätigen eines Servomotors das Vertrauen in die Solidität der Funktionserfüllung ins Wanken bringt. Werden Störgeräusche vom Kunden gar mit Defekten in Verbindung gebracht (Kaputtgeräusch), so wird leicht das Vertrauen in die grundsätzliche Qualität des Fahrzeugs infrage gestellt. So wie schlecht gestaltete Geräusche leicht negative Assoziationen hervorrufen können, sind richtig gestaltete Geräusche in der Lage, entsprechende positive Assoziationen zu bewirken. Dies gilt in besonderer Weise für das durch den Motor verursachte Fahrgeräusch. Da der Mensch für die Wahrnehmung der objektiven Beschleunigung im Vestibularapparat nur ein sehr „unscharfes“ Sinnesorgan besitzt, besteht erheblicher Spielraum, um den Dynamikeindruck durch geeignete akustische Untermalung des Beschleunigungsvorgangs zu gestalten (Kapitel 8.3). Nicht zuletzt sind Automobile durch die selbstverständliche Verfügbarkeit hochwertiger Audio- und Kommunikationseinrichtungen im Fahrzeug auch zu fahrenden Konzertsälen und Büros geworden. Die gezielte Gestaltung der Hörsamkeit des Innenraums nimmt daher ebenfalls immer mehr an Bedeutung zu.

Betriebsfall	Geräuschkategorie: Motorgeräusch	Funktionsgeräusch	Störgeräusch	Kommunikation und Audio
Stillstand „vor der Fahrt“	Fahrkomfort	Wertigkeit	Qualität	Hörsamkeit
Fahren „Konstantfahrt“				
Fahren „Beschleunigung“	Dynamik			
Vorbeifahrt „Akustik von außen“	Gesetz			

Bild 2-3: Wirkung akustischer Phänomene aus Kundensicht

2.1.2 Subjektive Beurteilung von Fahrzeugeigenschaften

In unmittelbarem Zusammenhang mit der Definition von Zielen steht die Beurteilung von Fahrzeugeigenschaften. Diese kann sich im Idealfall an objektiven messbaren Kriterien orientieren. In der Realität sind viele zur Beurteilung anstehende Kriterien allerdings so komplex, dass solche objektiven Maßstäbe nicht oder nur eingeschränkt zur Verfügung stehen. In diesen Fällen ist die subjektive Einschätzung von Probanden erforderlich. Dies gilt insbesondere auch für den vibroakustischen Komfort eines Fahrzeugs. Die subjektive Bewertung des Komforts bzw. des fehlenden Komforts (Diskomfort) kann auf unterschiedliche Arten erfolgen. Indirekte Beurteilungsverfahren versuchen, die Auswirkungen des Diskomforts z.B. auf die Konzentrationsfähigkeit des Probanden zu erfassen. Dazu werden den Probanden während der Beaufschlagung mit dem zu beurteilenden Phänomen Konzentrationsaufgaben gestellt und deren Lösung bewertet. Nachteilig an dieser Vorgehensweise ist in erster Linie der hohe damit verbundene Aufwand.

Bei den direkten Verfahren wird der Beurteiler gezielt nach seiner Empfindung bezüglich des zu beurteilenden Phänomens befragt. Nachteilig an dieser Vorgehensweise ist, dass die Urteile im Allgemeinen nicht in einer vergleichbaren und quantitativ weiterverarbeitbaren Form vorliegen. Um diesen Mangel zu beseitigen, erfolgt die Komfortbeurteilung eines Automobils in der Validierungsphase sehr häufig durch Experten auf der Grundlage einer unipolaren 10-stufigen Skala gemäß **Bild 2-4**. Diese soll die Kundenbewertung antizipieren und wird von zahlreichen Automobilherstellern und Zulieferanten in mehr oder weniger modifizierter Form angewandt [4].

	Bewertungs-Index (BI)	Phänomenbeurteilung	festgestellt von
	1		alle Kunden
nicht akzeptabel	2	unakzeptabel	
Maßnahmen notwendig	3		Normalkunden
	4	unangenehm	
	5		
Grenzfall	6	mäßig	kritische Kunden
akzeptabel	7	leicht	
keine	8	sehr leicht	Experten
Maßnahmen notwendig	9	Spuren	
	10	keine	nicht spürbar

Bild 2-4: Beurteilungsschema mit 10-stufiger Skala

2.1.3 Geräuschmetrik

Ziel der Fahrzeugentwickler ist es, den subjektiven Komforteindruck eines Beurteilers zu objektivieren, bzw. quantitativ zu beschreiben, indem mittels mathematischer Verfahren Zusammenhänge zwischen subjektiver Bewertung und objektiv messbaren Größen hergestellt werden. „Objektivierung“ bedeutet in diesem Zusammenhang also Modellierung der menschlichen Komfortbeurteilung durch die Verknüpfung zweier Datenmengen, nämlich diejenige der objektiven Messwerte mit der Menge der zugehörigen subjektiven Komforturteile.

Damit wird die Brücke geschlagen zwischen den technischen Disziplinen des Fahrzeugingenieurs einerseits, über biomechanische und sinnesphysiologische Mechanismen, bis hin zur rein subjektiv psychologischen Reizverarbeitung im menschlichen Hirn andererseits. Die Komplexität der Themenstellung wird noch zusätzlich erschwert durch die Tatsache, dass in einem validen Reiz-Wahrnehmungsmodell in der Regel mehrere unterschiedliche statische und dynamische Reize zum subjektiven Wahrnehmungseindruck beitragen **(Bild 2-5)**.

Bild 2-5: Wahrnehmungsmodell nach Goldstein [5]

Beispielsweise wird der subjektive Beschleunigungseindruck, den ein Fahrer bei der Betätigung des Fahrpedals empfindet, nicht nur durch die Reize des vestibulären Systems bestimmt. Vielmehr spielt insbesondere auch die akustische Rückmeldung durch das sich in Pegel und Spektrum verändernde Motorgeräusch und die haptische Rückmeldung in Form der Fahrpedalkennung eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Aber auch statische Reize, wie z.B. die Fahrzeugoptik bzw. die Sitzposition im Fahrzeug, haben einen spürbaren Einfluss. Aus zahlreichen Untersuchungen ist z.B. bekannt, dass das Fahrgeräusch eines Fahrzeugs in einer typischen Sportwagenfarbe (Ferrari-rot, Racing-green) von Probanden als subjektiv lauter wahrgenommen wird, als dasjenige eines gleich lauten Fahrzeugs, dessen Farbe jedoch nicht mit Sportwagen in Verbindung gebracht wird [9]. Auch der Einfluss der Größe eines Lastkraftwagens auf die Lautheitsempfindung ist nachgewiesen (Patsouras et al., 2002; Höger und Greifenstein, 1988).

Wenn es schließlich gelungen ist, den Wahrnehmungseindruck auf der Basis von instrumentellen Messungen mit ausreichender Genauigkeit vorherzusagen, ist die Entwicklung und Implementierung eines entsprechenden Bewertungsalgorithmus angezeigt. In den Akustikprüfständen können die Bewertungsverfahren dann während des gesamten Fahrzeugentwicklungsprozesses routinemäßig genutzt werden. Die für das Fahrzeug spezifizierten Ziele können auf diese Weise quantitativ und nachhaltig verfolgt werden.

Der methodische Weg zur Umsetzung dieses Anspruches führt zur klassischen Wahrnehmungspsychologie, welche bestimmungsgemäß die Untersuchung der funktionalen Abhängigkeit psychischer Empfindungen von physikalischen Reizgrößen zum Gegenstand hat. In den letzten Jahrzehnten hat die Psychoakustik als die auf den auditiven Sinn spezialisierte Teildisziplin der Wahrnehmungspsychologie hier große Fortschritte erzielt. Hierzu zählen vor allem die in der Forschertradition von Zwicker und Fastl [1] stehenden Arbeiten zur Modellierung elementarer Hörempfindungen wie Lautheit, Rauhigkeit, Schärfe und Tonhaltigkeit bzw. Tonalität, welche mittlerweile in Form von Softwarealgorithmen auch Eingang in viele kommerziell verfügbare Schallbewertungssysteme gefunden haben (Kapitel 16).

Bei der Bewertung kundenrelevanter Hörphänomene ist der Rekurs auf diese elementaren psychoakustische Größen jedoch nicht ausreichend. Die zum Teil sehr komplexen Höreindrücke erfordern in der Regel mehrdimensionale Bewertungsindizes, welche sich aus mehreren Einzelmetriken zusammensetzen. Ein anschauliches Beispiel ist hier das Fahrgeräusch im Innenraum eines PKW während der Beschleunigung, welches unter dem Aspekt der fahrzeugtypbezogenen Geräuschgestaltung von besonders hoher Kundenrelevanz ist. Die Anstrengungen zur gezielten Gestaltung eines positiv wirksamen Sounderlebnisses haben in den letzten Jahren vor dem Hintergrund der zunehmenden Emotionalisierung von Fahrzeugen enorm an Bedeutung gewonnen [1]. Während in der Vergangenheit die Zielsetzung der Akustikentwicklung im Wesentlichen darin bestand, das Geräuschniveau möglichst weit abzusenken, geht es heute in zunehmenden Maße auch darum, das Motorklangbild als Gestaltungsobjekt zu nutzen und nach bestimmten Vorgaben zu formen [2]. Dabei gibt es keine universell gültige Richtlinie, vielmehr muss sich das Sounddesign an den funktional und ästhetisch prägenden Eigenschaften des jeweiligen Fahrzeugtyps orientieren und den Gesamtfahrzeugcharakter in angemessener Weise stärken [3].

Im Folgenden soll die Entwicklung eines psychoakustisch begründeten Zielsystems am Beispiel des Fahrgeräusches kurz skizziert werden **(Bild 2-6)**.

Die Entwicklung eines Bewertungssystems, welches kundenwirksame Kriterien in den Vordergrund rückt,

Bild 2-6: Methodische Vorgehensweise bei der Entwicklung von instrumentellen Kenngrößen für die Beurteilung des Geräuschcharakters von Fahrzeuggeräuschen.

erfordert zunächst die genaue Analyse des jeweiligen Phänomens auf der Wahrnehmungsebene. Daher besteht die Aufgabenstellung zunächst darin, den so genannten Wahrnehmungsraum zu untersuchen, d.h. die Dimensionalität der psychischen Wirkung zu bestimmen, die von einem Geräusch ausgeht und nicht zuletzt Meinungen und Urteile prägt. Je exakter die Phänomene wahrnehmungsseitig erfasst werden können, desto mehr kann einerseits der Anspruch der Kundenorientierung erfüllt werden, und desto erfolgreicher sind andererseits die folgenden Analysen auf physikalisch-technischer Ebene. Aus diesem Grund kommt der Psychometrie als Wissenschaft vom Messen des Psychischen und den damit assoziierten statistischen Methoden eine Schlüsselfunktion bei der Objektivierung kundenwerter Fahrzeugeigenschaften zu [5].

Wie im vorliegenden Beispiel des Innengeräusches, ist der erste Schritt in der Regel die subjektive Beurteilung einer möglichst repräsentativen Auswahl von Phänomenen durch eine Gruppe von geübten Probanden. Die methodischen Optionen reichen hier vom Laborhörversuch über Simulationen in experimentellen Fahrzeugumgebungen bis zum Feldversuch mit Fahrzeugreihen aus der Serienproduktion. Bei der Entscheidung über den Untersuchungsansatz sollte die Validität der Beurteilungen, d.h. deren Übertragbarkeit auf natürliche kundenrelevante Situationen, im Vordergrund stehen. Unter diesem Aspekt sollte beispielsweise die Beurteilung des Antriebsgeräusches während der Beschleunigung im Rahmen von natürlichen Fahrmanövern in einem Straßenversuch erfolgen. Bei Wahrnehmungsmessungen in dynamischen Fahrsituationen ist davon auszugehen, dass Wechselwirkungen zwischen der Geräuschwahrnehmung und den Eindrücken aus anderen Sinnesmodalitäten bestehen und diese von nicht zu vernachlässigender Bedeutung sein können **(Bild 2-5)**.

Für die mehrdimensionale Bewertung des Höreindrucks eignet sich besonders die Methode des Semantischen Differenzials, welches aus einer Reihe von meist 7-stufigen Ratingskalen zusammensetzt ist und als Eigenschaftsprofil (Polaritätsprofil) dargestellt wird. Die Skalen sind dabei mit gegensätzlichen Adjektivpaaren verankert und können sich sowohl auf die physikalisch objektivierbaren als auch die mit einem Geräusch assoziierten emotiven und evaluativen Bedeutungskomponenten beziehen. **Bild 2-7** zeigt typische semantische Profile für den Geräuscheindruck während der Beschleunigung in einer Luxuslimousine und in einem Sportwagen, wie sie im Feldversuch von geübten Probanden ermittelt wurden. Es zeigt sich, dass fahrzeugtypspezifische Unterschiede weitaus deutlicher ausgeprägt sind als herstellerabhängige Differenzierungen.

Bild 2-7: Beispielhafte Darstellung semantischer Profile für das Innengeräusch in Limousinen und Sportwagen

In einem zweiten Schritt gilt es dann, die Beurteilungen auf den zahlreichen Adjektivskalen des semantischen Differenzials auf eine überschaubare Zahl von Variablen zu reduzieren. Damit wird nicht nur ökonomischen Zielen Rechnung getragen, sondern es kann mittels entsprechender statistischer Methoden auch die im Polaritätsprofil enthaltene Bedeutungsredundanz eliminiert werden. In der Regel ist davon auszugehen, dass sich die Semantik der Adjektivskalen in einem mehr oder weniger großen Umfang überschneidet und somit bestimmte Bedeutungskomponenten mehrfach in den Eigenschaftsprofilen repräsentiert sind. Ein Beispiel ist die Skala „glatt-rau“, welche einen sehr hohen korrelativen Zusammenhang mit der Skala „weich-hart“ aufweist. Um zu orthogonalen Dimensionen zu gelangen, werden in der Regel multivariante statistische Analysemethoden wie die Faktorenanalyse eingesetzt. Im vorliegenden Beispiel konnten aus den Urteilen auf den 20 Adjektivskalen

des Semantischen Differenzials vier weitgehend orthogonale Komponenten extrahiert werden, die folgendermaßen interpretiert wurden:

- Lautheit (z. B. „leise-laut“, „dröhnend-gedämpft“)
- Dynamik (z. B. „sportlich-unsportlich“, „schwach-kraftvoll“)
- Härte (z. B. „rau-glatt“, „gleichförmig-impulshaltig“)
- Timbre (z. B. „tief-hoch“, „stumpf-scharf“)

Auf der Grundlage von gewichteten Linearkombinationen der empirisch gewonnenen Adjektivskalen können die Fahrzeuge dann auf den so extrahierten orthogonalen Beschreibungsdimensionen skaliert werden. **Bild 2-8** zeigt die graphische Repräsentation der so entstandenen Geräuschcharakterbewertung für drei unterschiedliche Fahrzeugtypen.

Bild 2-8: Geräuschcharakterprofile auf Basis von orthogonalen Wahrnehmungsdimensionen.

Die mittels statistischer Analysen gewonnenen orthogonalen Wahrnehmungsdimensionen bilden im dritten Schritt den Gegenstand der psychoakustischen Modellierung und gehen als Zielgrößen in mathematische Vorhersagemodelle wie Multiple Lineare Regression oder Neuronale Netzwerke ein. Die Güte eines Vorhersagemodells hängt nun entscheidend davon ab, in welchem Umfang es gelingt, auf physikalischer bzw. elektroakustischer Ebene jene Parameter zu identifizieren, die dem jeweiligen Hörphänomen zu Grunde liegen. Dabei können sowohl einfache akustische Messgrößen (Pegel, Spektren) herangezogen werden, aber auch elementare psychoakustische Metriken (Lautheit, Schärfe, Rauigkeit) oder auch komplexere psychoakustische Indizes (Sprachverständlichkeit) genutzt werden, die ihrerseits wieder psychoakustisch fundiert sind (Kapitel 7). In dem Bestreben, möglichst kausale Zusammenhänge zwischen den Wahrnehmungsdimensionen und instrumentell messbaren Parametern zu entdecken, sind häufig weitere Datenerhebungen erforderlich. Die mit dem ersten Datensatz gefundenen korrelativen Zusammenhänge zwischen den Variablen gilt es dann hinsichtlich ihrer Generalisierbarkeit durch Validierungsexperimente abzusichern.

2.1.4 Funktionsorientierung

Seit der SW-Krise in den 1960er Jahren wurden zahlreiche methodische Ansätze im Rahmen des Systems Engineering entwickelt, um komplexe Systeme besser beherrschbar zu machen. Als Vorgehensmodell hat sich das V-Modell zunächst im Rahmen komplexer militärischer Projekte, seit den 1980er Jahren aber auch zunehmend im zivilen Bereich als Quasi-Standard etabliert [10]. Ausgangspunkt des V-Modells ist die möglichst exakte Festlegung der Systemanforderungen aus Benutzersicht (Requirements) zu Beginn eines Projektes. Aus diesen Anforderungen lassen sich bereits unmittelbar die Abnahmetests ableiten. Auf der zweiten Ebene wird im Rahmen des Systementwurfs das technische System in Subsysteme (Module) schrittweise top-down zerlegt (Dekomposition) und die Schnittstellen dazwischen werden festgelegt. Idealtypisch stehen dafür leistungsfähige Entwurfswerkzeuge zur Verfügung, die neben der formalen Verifizierung auch eine funktionale Simulation und damit die funktionale Validierung erlauben. Auf der Komponentenebene erfolgt schließlich die Realisierung der Module.

Bild 2-9: Entwicklungsprozess strukturiert in Projektphasen nach dem V-Modell® XT

In der Vergangenheit wurden im Rahmen einer Fahrzeugentwicklung die Elemente des V-Modells mehrfach durchlaufen und dabei jeweils eine komplette Fahrzeug-Baugruppe in Hardware hergestellt. Die bei den Funktionstests im Rahmen der Systemintegration und Bestätigung erkannten Mängel hatten dann jeweils mehr oder minder große konstruktive Änderungen zur Folge.

Dieses Vorgehensmodell kann abstrakt auch in dem Diagramm nach **Bild 2-10** verdeutlicht werden. Die Erstellung von Prototypen erfordert eine entsprechend umfassende konstruktive Detaillierung aller Komponenten der jeweiligen Baugruppe (BG1-3). So werden z.B. für ein komplettes Fahrzeug mehr als 10.000 Sachnummern erforderlich. Die funktionale Reife stellt sich erst verzögert nach der Erprobung der Prototypen und deren konstruktiver Nachbesserung ein. Jede Umkonstruktion bedeutet in nachstehender

Bild 2-10: Prinzipvergleich herkömmliche und funktionsorientierte Entwicklung

Grafik einen entsprechenden Rückschritt in der Detaillierung, da bereits spezifizierte und auskonstruierte Komponenten wieder verworfen werden müssen. Dieser geometrieorientierte Weg – erst auskonstruieren, dann bauen und testen – ist zeit- und kostenaufwändig. Kern der Funktionsorientierung ist es nun, den Weg vom Entwicklungsstart bei 0 % Reife und 0 % Detaillierung zum Serieneinsatz mit 100 % Reife und 100 % Detaillierung auf einer Trajektorie zurückzulegen, die sich zuerst in Richtung funktionale Reife bewegt und erst später an Detaillierung zunimmt. Dazu ist es erforderlich, durch ausreichend aussagefähige Wirkmodelle bereits in den frühen Projektphasen zuverlässige Konzeptentscheidungen und Komponentenanforderungen ableiten zu können. In **Bild 2-11** sind die zur vibroakustischen Gestaltung notwendigen und einsetzbaren Methoden positioniert. In Kapitel 15 wird auf die Möglichkeiten und Grenzen der verschiedenen Berechnungs- und Simulationsmethoden näher eingegangen. Handlungsbedarf besteht neben der Weiterentwicklung und Verfeinerung der FEM-basierten Methoden insbesondere auch im Bereich abstrakter Funktionsmodelle.

Bild 2-11: Abgestimmter Methodeneinsatz in der Akustikentwicklung, abhängig von der Projektphase

Die Erarbeitung eines vibroakustischen Konzeptes ist gleichbedeutend mit der Ableitung von konsistenten Komponenteneigenschaften aus festgelegten Gesamtfahrzeugzielen. Trotz aller Fortschritte, Eigenschaftsaussagen auf der Basis von virtuellen Produktdaten zu machen, ist gerade in der Akustik auch heute noch neben der Erfahrung des Ingenieurs der Einsatz von Prototypen zur Konzeptabsicherung und Detailoptimierung unverzichtbar. Erschwerend kommt hinzu, dass nur Prototypen mit ausreichendem Reifegrad die erforderliche Aussagefähigkeit besitzen. Zielführend ist deshalb in der Praxis meist eine hybride Vorgehensweise aus Berechnung und Versuch.

2.2 Modelle und Begriffe

2.2.1 Modellbildung

In allen Wissenschaften, aber insbesondere in den naturwissenschaftlichen und technischen Disziplinen, stellt die Modellbildung eine wesentliche Grundlage des Erkenntnisprozesses dar. Von Johann Wolfgang von Goethe stammt schon der treffende Satz: „Ein Problem zu lösen heißt, sich vom Problem lösen“. Eine Hauptaufgabe der Modellbildung besteht nun genau darin, wesentliche von unwesentlichen Eigenschaften zu separieren und dadurch die Komplexität des Betrachtungsgegenstandes auf ein handhabbares Maß zu reduzieren. Durch die damit einher gehende Abstraktion befreien Modelle einerseits von unnötigem Ballast, sie schränken andererseits aber auch die Gültigkeit der mit ihrer Hilfe gewonnenen Aussagen ein. Die Kunst der Modellbildung besteht darin, die betrachtete Realität soweit aufgrund der Problemstellung zulässig zu vereinfachen, ohne die interessierenden Sachverhalte unzulässig zu verfälschen. Diese Aufgabe erfordert neben dem nötigen Fachwissen auch eine gehörige Portion Intuition.

Die Automobilentwicklung der letzten Dekaden war maßgeblich gekennzeichnet durch die stürmische Entwicklung der Computertechnik und damit verbunden die permanente Entwicklung von neuen numerischen Modellierungsansätzen für nahezu alle Aspekte des Automobils. Aufbauend auf diesen Technologien wurde der Entwicklungsprozess drastisch verändert, weg von zeit- und kostenintensiven Prototypen hin zu virtuellen Baugruppen und Fahrzeugen (Kapitel 2.1.4). Trotz der unbestreitbaren Vorteile, die mit diesem Ansatz verbunden sind, ergeben sich aus der zu einseitigen Fokussierung auf numerische Methoden durchaus auch Risiken und Gefahren. Um diesen zu begegnen, soll nachstehend die Vielfalt der möglichen Modellierungsansätze gegenübergestellt und ihre Nützlichkeit in Bezug auf das Themengebiet Vibroakustik diskutiert werden.

Modelle lassen sich in zwei grundsätzlich verschiedene Kategorien einteilen:

- Empirische Modelle (Black-Box-Modelle)

- Physikalisch begründete Modelle (White-Box-Modelle)

Als *Black Box* bezeichnet man das Modell eines Systems, dessen Aufbau (noch) unbekannt ist: ein schwarzer Kasten, der zwar Eingang und Ausgang besitzt, dessen Innenleben aber dunkel ist oder für uninteressant erklärt wird. Das funktionale Verhalten eines derartigen Modells kann trotzdem charakterisiert werden, indem die Reaktion des Systems am Ausgang auf bestimmte Stimuli am Eingang (Testfunktionen) beobachtet wird. Damit wird unmittelbar klar, dass solche Modelle vorwiegend im Bereich der Empirie angesiedelt sind. In der Akustik und Schwingungstechnik finden sie insbesondere bei psychophysikalischen oder psychoakustischen Betrachtungen Anwendung. Da unser Verständnis für die sehr komplexe Verarbeitung von akustischen und schwingungstechnischen Reizen im menschlichen Gehirn für eine analytische Betrachtung im Allgemeinen nicht ausreicht, erfolgt die Identifikation des Systemverhaltens mit Hilfe von Probandenversuchen. Mit einer genügend großen Zahl und Varianz von Ein- und Ausgangsmustern lässt sich so eine ausreichend gesicherte Hypothese über den Zusammenhang zwischen dem Reizmuster einerseits und der dadurch verursachten Empfindung andererseits bilden. Die Kapitel 3.5 und 7 widmen sich dieser Themenstellung.

Als *White Box* werden Modelle bezeichnet, die den Zusammenhang zwischen Eingang und Ausgang aufgrund der Kenntnis von den inneren Zusammenhängen des Systems analytisch herleiten. Im Bereich der Vibroakustik sind hauptsächlich die folgenden Modellansätze von Interesse:

- Konzentrierte Modelle
- Homologe Modelle
- Analogiemodelle
- Funktionsmodelle
- Finite-Elemente-Modelle

Konzentrierte Modelle sind die „klassische" Modelltechnik in der Akustik und Schwingungstechnik. Dabei werden räumlich ausgedehnte Strukturen auf punktförmige Elemente[2] mit einfachen physikalischen Eigenschaften reduziert. So wird z.B. die verteilte Masse eines räumlich ausgedehnten Körpers auf eine „Punktmasse" im Schwerpunkt des Körpers zurückgeführt. Mit Hilfe der konzentrierten Elemente Feder, Masse und Dämpfer können bereits zahlreiche komplexe Schwingsysteme zufriedenstellend modelliert werden. Besonders einfach werden diese Modelle, wenn sich die Elemente durch lineare Kennlinien beschreiben lassen. Insbesondere in der Schwingungstechnik (Kapitel 3 und 4) wird vielfach von dieser Art der Modellierung Gebrauch gemacht.

Bild 2-12: Abstraktes schwingungstechnisches Zweispurmodell eines Fahrzeugs aus konzentrierten funktionalen Komponenten

Homologe Modelle sind physikalisch ähnliche Modelle. Dabei werden Ähnlichkeitsregeln (Modellgesetze) ausgenutzt. Von großer praktischer Bedeutung sind beispielsweise die mit Hilfe der Reynoldszahl abgeleiteten Modellversuche an verkleinerten Strömungsmodellen. In der Akustik sind für die physikalisch ähnliche Modellierung in erster Linie die Helmholtz-Zahl *He* und die Strouhalzahl *Sr* als Ähnlichkeitskennzahlen von Bedeutung:

$$He = \frac{L}{\lambda} = \frac{L \cdot f}{c}$$

$$Sr = \frac{f \cdot l}{v}$$

Zwei Schallausbreitungsvorgänge sind dann physikalisch ähnlich, wenn beiden Vorgängen die gleiche Helmholtz-Zahl zugrunde liegt. Verkleinert man z.B. die Längenausdehnung L, so muss man gleichzeitig die Anregungsfrequenz f um den gleichen Faktor anheben. Bei gleicher Strouhalzahl erfolgen bei mit der Geschwindigkeit v umströmten Körpern mit der Hauptdimension l Wirbelablösungen bei gleicher Frequenz. Unter Beachtung dieser Ähnlichkeitskennzahlen können z.B. akustische Ausbreitungsvorgänge und aeroakustische Schallquellen auch an verkleinerten Modellfahrzeugen studiert werden. Die Bedeutung dieser Modelltechnik hat aber durch die Möglichkeiten der numerischen Akustikberechnung stark abgenommen. In der Fahrzeugentwicklung wird sie heute nicht mehr praktiziert und deshalb nachstehend auch nicht weiter behandelt. Nützlich sind die Ähnlichkeitsregeln allerdings weiterhin bei der Normierung von Wirkzusammenhängen. Dadurch entfällt die

[2] Im englischen Sprachraum: lumped elements

Abhängigkeit von der Längenausdehnung in den Gleichungen, was die Dimensionalität der betrachteten Probleme reduziert.

Bei *Analogiemodellen* wird vom gegenständlichen bzw. fiktiven Original (Wirklichkeit) ein gegenständliches oder ideelles Modell in einer anderen physikalischen Grundqualität abgeleitet, für das eine analoge mathematische Beschreibung gilt. Das heißt, es findet ein Wechsel des physikalischen Systems statt ohne dass sich die grundlegenden Zusammenhänge ändern. Als Beispiel sei die Analogie zwischen akustischen, mechanischen und elektrischen Strukturen genannt. Die reale physikalische Struktur kann auf ein allgemeines lineares Netzwerk abgebildet werden, auf welches die Rechenmethoden und Ergebnisse der Netzwerktheorie übertragen werden. Mit dieser Analogie können mechanische, akustische, pneumatische, hydraulische, magnetische, elektrische Systeme und insbesondere deren Kopplungen einheitlich und elegant dargestellt und berechnet werden. Aus diesem Grund bedient man sich insbesondere bei der Analyse mechatronischen Systeme derartiger Analogiemodelle. Da in den folgenden Kapiteln ebenfalls vielfach elektrische Analogiemodelle eingesetzt werden, soll diese Modellierungsmethode in Kapitel 2.2.2 bis 2.2.4 noch genauer betrachtet werden.

Funktionsmodelle abstrahieren, wie der Name schon sagt, auf ganz bestimmte funktionale Aspekte eines Systems. Aus der Realität wird somit nur die interessierende Funktion an sich abgebildet, nicht aber die „Träger"-Struktur. Die Konstruktionssystematik definiert dabei den Begriff Funktion z.B. als den „allgemeinen und gewollten Zusammenhang zwischen Eingang und Ausgang eines Systems, um die gestellte Aufgabe zu erfüllen" [7]. Erlenspiel nennt diese Funktionen „die lösungsneutrale Formulierung des gewollten Zwecks eines Produktes" [8]. Damit entsprechen diese Funktionsmodelle letztlich elementaren „black box"-Modellen im Sinne der Systemtheorie. Das funktionale Verhalten wird dort entweder mit rein mathematischen Modellen beschrieben oder mit Hilfe eines Netzwerks von konzentrierten Elementen in Form eines Analogiemodells dargestellt. Damit kann einseitig die Funktion des Vorganges analysiert und optimiert werden. Für eine Optimierung des realen Systems erweist es sich aber für die Praxis als unabdingbar, Funktion und Trägerstruktur letztendlich doch wieder gemeinsam zu betrachten. Der große Nutzen von Funktionsmodellen im Rahmen der Fahrzeugentwicklung ergibt sich aus der Tatsache, dass diese keine auskonstruierten Komponenten und Teilsysteme erfordern um die Systemfunktionen zu beschreiben. Damit sind Funktionsmodelle schon in sehr frühen Entwicklungsphasen einsetzbar. Sie dienen dort insbsondere zur Ableitung von konsistenten Subsystem- und Komponentenzielen aus vorgegebenen Gesamtfahrzeuganforderungen. In den Kapiteln 4 und 8 bis 14 steht die Ableitung und Nutzung von Funktionsmodellen im Vordergrund.

In einem gewissen Gegensatz zu den Funktionsmodellen stehen die geometriebasierten *Finite-Elemente-Modelle*. Grundlage für diese Modelle sind in der Regel FE-Algorithmen, die ausgehend von den konstruktiven Gegebenheiten, über fundamentale funktionale Differentialgleichungen für die finiten Elemente, die funktionalen Eigenschaften des geometrischen Systems errechnen. Die ständig anwachsende Leistungsfähigkeit der Computer, insbesondere hinsichtlich Rechengeschwindigkeit und Speichervermögen, führt dazu, dass die geometrische Abbildung der Modelle durch viele Millionen Elemente immer wirklichkeitsnäher gestaltet werden kann. Allerdings gibt es gegenwärtig (mindestens) zwei Nachteile dieser Art der Computersimulation:

Einerseits gibt es vielfältige Probleme, die durch die numerischen Lösungen der Differentialgleichungen erst erzeugt werden, wie z.B. Raum-Zeit-Diskretisierung, Stabilitätsprobleme, Einfluß variierender Anfangsbedingungen, nichtphysikalische Wirkung der Ränder, problematische Anpassung des Dämpfungsverhaltens, numerische Ungenauigkeit der Berechnung und anderes mehr. Bei der Schallerzeugung durch Strömungen ist die ins Fernfeld abgestrahlte Schallleistung z.B. sehr viel kleiner als die eigentliche Strömungsleistung. Da aber die Strömung gleichzeitig die Schallquelle darstellt, muss diese mit sehr hoher Genauigkeit berechnet werden, um die um Größenordnungen kleinere Schallleistung einigermaßen genau erfassen zu können. Wird das nicht erreicht, so äußern sich die Ungenauigkeiten der numerischen Berechnung der Strömung ihrerseits als akustische Quellmechanismen. D.h., das Rechenverfahren selbst erzeugt unphysikalischen Schall. Man spricht vom sogenannten „numerischen Lärm". Scherzhaft ausgedrückt: Die Rechenmethode ist lauter als die Strömung selbst. Das Computermodell wird seinerseits zur Schallquelle und schafft damit neue „Wirklichkeiten" (Kapitel 15.6).

Andererseits steht im krassen Gegensatz zu den vielfältigen Fehlermöglichkeiten die suggestive Verführungskraft, welche von den mit Hilfe der Computertechnik möglichen Visualisierungen ausgeht. Die Bildhaftigkeit des Modellvorganges ermöglicht faszinierende, aber eben nur pseudoreale Darstellungen der tatsächlichen physikalischen Vorgänge. Die Gefahr ist deshalb nicht von der Hand zu weisen, dass hinter den perfekten Visualisierungen der Modellergebnisse die Wirklichkeit selbst vermutet wird. Dabei handelt es sich jedoch nur um eine virtuelle Realität, deren potentiellen Täuschungen insbesondere der Laie, aber möglicherweise auch Entscheidungsträger leicht erliegen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die FE-Modellierung heute eine der wichtigsten Methoden in der Akustik und der Strukturdynamik darstellt. Dabei besteht meist große Euphorie, die Wirklichkeit genau abbilden zu können. Trotz großer Fortschritte in der

letzten Dekade bei der Anwendung, sind jedoch gegenwärtig und mindestens mittelfristig die prognostischen Qualitäten und die Genauigkeiten quantitativer Aussagen eher noch bescheiden und keinesfalls so weit, dass diese als alleinige Entscheidungsgrundlage dienen können. Weitergehende Angaben zu Anwendungsmöglichkeiten und Grenzen der FE-Berechnung in der Akustik- und Schwingungstechnik finden sich in Kapitel 15.

2.2.2 Elektromechanische Analogie

Zwischen zwei physikalischen Gebieten besteht eine Analogie, wenn sich Größen des einen Gebiets so auf Größen des anderen abbilden lassen, dass die Beziehungen zwischen den Größen des einen Gebiets auch die Beziehungen zwischen den Größen des anderen richtig wiedergeben. Es gibt in der Physik zahlreiche solche Analogien. Hier soll die elektromechanische Analogie näher betrachtet werden. Diese ermöglicht die Beschreibung eines Systems aus der Mechanik unter Verwendung der analogen Größen und Beziehungen der Elektrotechnik und der Systemtheorie. Im Folgenden wird dabei nur die sogenannte Kraft-Strom-Analogie (F-I-Analogie) vertieft. Daneben existiert auch noch die dazu duale so genannte Kraft-Spannungs-Analogie (F-U-Analogie). Da diese jedoch auf keine äquivalente Topologie der Schaltungen führt, wird sie hier nicht weiter behandelt [6].

In der nachstehenden Tabelle sind die elementaren Elemente und Zustandsgrößen der Mechanik den jeweiligen funktionalen Analogien im Bereich der elektrischen Größen gegenübergestellt. Aus dieser Gegenüberstellung wird ersichtlich, dass der physikalische Wirkzusammenhang für die mechanischen Elementarelemente Nachgiebigkeit n (Feder), Masse m und Dämpfung d, demjenigen der elektrischen Elementarelemente Induktivität L, Kapazität C und ohmschem Leitwert $1/R$ entspricht, wenn gleichzeitig den mechanischen Zustandsgrößen Kraft F und Schnelle v die elektrischen Größen Strom i und Spannung u analog gesetzt werden.

mechanisch		**elektrisch**	
Kraft	$F(t)$	$i(t)$	Strom
Schnelle	$v(t)$	$u(t)$	Spannung
Dämpfung	$d=\frac{F}{v}$	$\frac{1}{R}=\frac{i}{u}$	Leitwert
Masse	$n=\frac{F}{dv/dt}$	$n=\frac{i}{du/dt}$	Kapazität
Nachgiebigkeit	$n=\frac{v}{dF/dt}$	$L=\frac{u}{di/dt}$	Induktivität

Tabelle 2-1: Elektromechanische Analogie

Damit kann das Systemverhalten von mechanischen Systemen, die aus diesen Elementarelementen aufgebaut werden, durch ein funktionsgleiches elektrisches System ersetzt werden, das aus den analogen elektrischen Elementarelementen schaltungstreu zusammengesetzt ist. Der Nutzen dieser Analogie besteht darin, dass die weit entwickelten Methoden und Tools der elektrischen Schaltungsanalyse und Systemtheorie unmittelbar auch für die Analyse von mechanischen und akustischen Systemen herangezogen werden können. Im Folgenden wird insbesondere von der komplexen Rechnung zur Analyse des Übertragungsverhaltens im Frequenzbereich vorteilhaft Gebrauch gemacht. Dabei werden die mechanischen Systeme als äquivalente elektrische Zweipole modelliert:

$i_e - F_e$ ► $u_e = v_e$

Netzwerk
$L = n$
$C = m$
$R = 1/d$

$i_a - F_a$ ► $u_a = v_a$

Bild 2-13: Signalflussbild mit mechanisch-/elektrischem Zweipol

Das Übertragungsverhalten zwischen einer Eingangsfunktion *e(t)* und einer Ausgangsfunktion *a(t)* wird im Zeitbereich durch Differentialgleichungen und im Frequenzbereich durch Übertragungsfunktionen beschrieben. Für die Übertragungsfunktionen gilt:

$$H(s)=\frac{A(s)}{E(s)}$$

A(s) und *E(s)* stellen dabei die Laplace-Transformierten der Zeitfunktionen *a(t)* und *e(t)* dar. Werden für die Zeitfunktionen sinusförmige Verläufe mit der Kreisfrequenz ω angenommen, so kann der Parameter s auch als $j\omega$ im Sinne der komplexen Rechnung interpretiert werden.

In **Tabelle 2-2** sind die gebräuchlichen Übertragungsfunktionen zusammengestellt. Diese beschreiben in unterschiedlicher Form die Beweglichkeit einer Struktur, indem die Verschiebung x, die Geschwindigkeit v oder die Beschleunigung a ins Verhältnis zur anregenden Kraft F gesetzt werden. Werden Eingangs- und Ausgangsgrößen an derselben Stelle betrachtet, so spricht man z.B. von *Punkt*admittanz usw., während man von *Transfer*admittanz spricht, wenn die Bewegung nicht an der Stelle der Krafteinwirkung ermittelt wird. Man beachte, dass bei der gewählten Analogie die Begriffe Impedanz und Admittanz im elektrischen und im mechanischen Fall gerade spiegelbildlich Anwendung finden. Um Konfusionen vorzubeugen, werden deshalb nachfolgend nur die Bezeichnungen für die mechanischen Größen verwendet, auch wenn elektrische Ersatzmodelle zur

Anwendung kommen. Die Begriffe *dynamische* Steifigkeit, *dynamische* Nachgiebigkeit und *dynamische* Masse beschreiben im Gegensatz zu den gleichnamigen reellen Parametern der konzentrierten Elemente in **Tabelle 2-1** komplexe Übertragungsfunktionen und sind im Formelzeichen durch Großbuchstaben von den reellen Parametern der konzentrierten Elemente unterschieden.

Schwingweg (Verschiebung) x	$\frac{F(\omega)}{x(\omega)} = C$	Dynamische Steifigkeit
	$\frac{x(\omega)}{F(\omega)} = N$	Dynamische Nachgiebigkeit
Schwing-geschwindigkeit (Schnelle) $\dot{x} = v$	$\frac{F(\omega)}{v(\omega)} = Z$	Impedanz (Mitgang)
	$\frac{v(\omega)}{F(\omega)} = Y$	Mobilität (Admittanz)
Schwing-beschleunigung $\ddot{x} = a$	$\frac{F(\omega)}{a(\omega)} = M$	Dynamische Masse
	$\frac{a(\omega)}{F(\omega)} = A$	Akzeleranz (Inertanz)

Tabelle 2-2: Übertragungsfunktionen mit den gebräuchlichen Begrifflichkeiten[3]

2.2.3 Beispiel Einmassenschwinger

Bei Berücksichtigung der elektrischen Analogie lassen sich die Übertragungsfunktionen sehr einfach mit Hilfe der komplexen Rechnung aus den bekannten Maschen- und Knotengleichungen für elektrische Netzwerke bestimmen. Nachstehend sollen am Beispiel des einfachen Einmassen-Schwingers die elektromechanische Analogie sowie wesentliche Begrifflichkeiten demonstriert werden. In **Bild 2-14** sind für diesen Fall das mechanische und das elektrische Modell gegenübergestellt. Deutlich ist die schaltungstreue Topologie der mechanischen und der elektrischen Schaltung zu erkennen. Die Erdung des zweiten Pols der Kapazität im elektrischen Ersatzmodell entspricht dem Sachverhalt, dass die träge Masse des mechanischen Systems gemäß den Newtonschen Gleichungen ebenfalls gegen das ruhende Inertialsystem beschleunigt wird.

[3] In der Praxis wird oft auch der Amplitudengang der komplexen Übertragungsfunktionen als *dynamische* Steifigkeit usw. benannt. Desweiteren werden synonym die Begriffe *scheinbare* bzw *effektive* Steifigkeit usw. verwendet.

Bild 2-14: Mechanisches Modell und topologiegleiches elektrisches Analogon des Einmassenschwingers

Für die Kräfte des mechanischen Systems gilt:

$$F_m + F_d + F_c = F(t)$$

$$m \cdot \ddot{x} + d \cdot \dot{x} + c \cdot x = F(t)$$

Ersetzt man die Differentiation durch den Laplace-Operator *s,* so erhält man an Stelle der Differentialgleichung die algebraische Form:

$$m \cdot x \cdot s^2 + d \cdot x \cdot s + c \cdot x = F(t)$$

Daraus lässt sich durch einfache Umformung die Übertragungsfunktion für die scheinbare Nachgiebigkeit nach Tabelle 2-2 ermitteln:

$$\frac{x}{F} = N = \frac{1}{m \cdot s^2 + d \cdot s + c}$$

Differentiation bzw. Integration im Zeitbereich bedeutet im Laplace-Bereich Multiplikation bzw. Division mit dem Operator *s*. Somit erhält man durch Multiplikation mit *s* auf beiden Seiten der Gleichung auch sehr einfach den entsprechenden Zusammenhang für die Mobilität:

$$Y_{\text{mech}} = \frac{v}{F} = \frac{x \cdot s}{F} = \frac{s}{m \cdot s^2 + d \cdot s + c}$$

$$Y_{\text{mech}} = \frac{s \cdot n}{m \cdot n \cdot s^2 + d \cdot n + 1}$$

Der Summation der Teilkräfte im mechanischen System entspricht im elektrischen Ersatzmodell die Summation der Teilströme in den parallel geschalteten elektrischen Ersatzelementen. Nach den Regeln der komplexen Rechnung können deren Leitwerte einfach addiert werden:

$$Y_{\text{el}}(j\omega) = \frac{i}{u} = j \cdot \omega \cdot C + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + \frac{1}{R}$$

Der Kehrwert liefert die elektrische Impedanz:

$$\frac{1}{Y_{\text{el}}} = Z_{\text{el}} = \frac{j \cdot \omega \cdot L}{1 - \omega^2 L \cdot C + j \cdot \omega \cdot L / R}$$

Gemäß **Tabelle 2-1** gelten folgende Äquivalenzen zwischen dem mechanischen und dem elektrischen System:

$$i = F$$

$$u = v = \dot{x}$$

$$C = m$$

$$L = n = \frac{1}{c}$$

$$R = \frac{1}{d}$$

Aus dem Vergleich der beiden Gleichungen für die mechanische Mobilität Y_{mech} und die elektrische Impedanz Z_{el} wird deutlich, dass die komplexe Übertragungsfunktion des elektrischen Systems mit derjenigen des mechanischen Systems identisch ist, wenn der Laplace-Operator s als komplexe Kreisfrequenz $j\omega$ interpretiert wird:

$$Y_{\text{mech}} = Z_{\text{el}} = \frac{j \cdot \omega \cdot n}{1 - \omega^2 m \cdot n + j \cdot \omega \cdot n \cdot d}$$

Damit kann mit Hilfe der komplexen Rechnung auf einfache Weise das dynamische Übertragungsverhalten mechanischer Systeme im Frequenzbereich ermittelt werden. Im Folgenden wird zur Vereinfachung der Schreibweise für mechanische Systeme der $\text{Index}_{(\text{mech})}$ weggelassen.

Die komplexe Übertragungsfunktion $Y(j\omega)$ lässt sich in den Betrag $|Y|$ und die Phase φ aufteilen:

$$Y(j\omega) = |Y|(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

Der Betrag $|Y|(\omega)$ wird als Amplitudengang, die Phase $\varphi(\omega)$ wird als Phasengang bezeichnet. In der Vibroakustik ist normalerweise nur der Amplitudengang von Interesse, da der Mensch mit seinen Sinnesorganen den Phasengang der Schwingung nicht auflösen kann. Ausnahmen bilden kohärente Schwingungsphänomene, bei denen Interferenzeffekte auftreten. In diesem Fall haben die Phasenbeziehungen direkte Auswirkung auf den Amplitudengang. Der Amplitudengang lässt sich aus obiger Gleichung leicht bestimmen, indem der Betrag von Zähler und Nenner gebildet wird:

$$|Y|(\omega) = \frac{\omega \cdot n}{\sqrt{(1 - \omega^2 \cdot n \cdot m)^2 + (\omega \cdot n \cdot d)^2}}$$

In **Bild 2-15** ist der Amplitudengang dargestellt. Deutlich ist das typische resonanzhafte Verhalten eines Schwingungssystems 1. Ordnung zu erkennen.

Bild 2-15: Amplitudengang der Mobilität des Einmassenschwingers von Bild 2.14 (m=10kg, n=10^{-6}, d=100Ns/m)

Unterhalb der Resonanzfrequenz ist überwiegend nur die Steifigkeit wirksam und die Schwingungsamplitude steigt mit 20 dB/Dekade an, oberhalb der Resonanz wirkt praktisch nur noch die Masse und die Amplitude fällt mit 20 dB/Dekade ab. Bei geringer Dämpfung fällt die Resonanzfrequenz weitgehend mit der Resonanz ω_0 des ungedämpften Falles (d = 0) zusammen:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{n \cdot m}$$

Bei geringer Dämpfung wird an der Stelle der Resonanzfrequenz ω_0 die Überhöhung der Amplitude nur durch die Dämpfung bestimmt:

$$|Y|_{\max} \approx \frac{1}{d}$$

Interessieren wir uns an Stelle der Schwingschnelle v für den Schwingweg x bzw. für die Schwingbeschleunigung a, so muss die Geschwindigkeit integriert bzw. differenziert werden. Dies entspricht in der komplexen Rechnung der Division bzw. der Multiplikation mit $j\omega$:

$$x(j\omega) = \frac{v(j \cdot \omega)}{j \cdot \omega}$$

$$a(j\omega) = v(j \cdot \omega) \cdot j \cdot \omega$$

Die Übertragungsfunktionen für die dynamische Nachgiebigkeit und die Inertanz lassen sich damit aus der Mobilität einfach durch Division bzw. durch Multiplikation mit $j\omega$ ermitteln:

$$N = \frac{Y}{j \cdot \omega} = \frac{n}{1 - \omega^2 n \cdot m + j \cdot \omega \cdot n \cdot d}$$

$$A = Y \cdot j \cdot \omega = \frac{-\omega^2 \cdot n}{1 - \omega^2 n \cdot m + j \cdot \omega \cdot n \cdot d}$$

Bild 2-16: Amplitudengang der dynamischen Nachgiebigkeit

Bild 2-17: Amplitudengang der Inertanz

Wie aus obigen Bildern ersichtlich wird, bedeutet die Division mit $j\omega$ für den Amplitudengang eine „Linksdrehung“ um 20 dB/Dekade, während die Multiplikation einen „Rechtsdrehung“ um 20 dB/Dekade verursacht. Damit gilt außerhalb des Resonanzbereiches ein Systemverhalten wie in **Tabelle 2-3** dargestellt. Dieses typische Verhalten gilt auch für Schwingungssysteme mit mehr als einem charakteristischen Schwingungsmode, wenn man das System unterhalb der kleinsten, bzw. oberhalb der größten Resonanzfrequenz betrachtet (Kapitel 16.5.1).

Größe [dB/Dekade]		$\omega << \omega_0$	$\omega >> \omega_0$
Inertanz	$\frac{a}{F}$	+40	0
Mobilität	$\frac{v}{F}$	+20	- 20
Nachgiebigkeit	$\frac{x}{F}$	0	- 40

Tabelle 2-3: Grundsätzlicher Amplitudengang außerhalb des Resonanzbereiches

2.2.4 Elektroakustische Analogie

Während die elektromechanische Analogie in der Schwingungstechnik und in der Dämmungsakustik eine wichtige Rolle spielt, hat in der allgemeinen Akustik die elektroakustische Analogie einen ähnlichen Stellenwert. Die Gegenüberstellung in **Tabelle 2-4** zeigt, dass in diesem Fall der Schalldruck p und der Schallfluß q zu den elektrischen Größen Spannung u und Strom i äquivalent angenommen werden können. Über die formale Äquivalenz der Beziehungen ergibt sich dann, dass die elektrischen Komponenten Widerstand R, Kapazität C und Induktivität L, den konzentrierten akustischen Komponenten akustische Reibung R_a, akustische Nachgiebigkeit N_a und akustische Masse M_a gleichgesetzt werden können.

akustisch		elektrisch	
Schallfluss	[illegible]	[illegible]	Strom
Schalldruck	[illegible]	[illegible]	Spannung
akustische Reibung	[illegible]	[illegible]	Widerstand
akustische Nachgiebigkeit	[illegible]	[illegible]	Kapazitat
akustische Masse	[illegible]	[illegible]	Induktivitat

Tabelle 2-4: Akustisch-elektrische Analogie

2.2.5 Vierpoltheorie

In der Vibroakustik wird von der Beschreibung des Übertragungsverhaltens von Systemen durch Übertragungsfunktionen z.B. bei der Transferpfadanalyse Gebrauch gemacht (Kapitel 16.4). Das dieser Beschreibung zugrunde liegende Signalflussmodell mit Zweipol-Übertragungsgliedern besitzt allerdings den entscheidenden Nachteil, dass die Rückwirkung von nachgeschalteten Subsystemen auf das Übertragungsverhalten des vorhergehenden Subsystems nicht erfasst wird. Damit ist diese Beschreibungsmethode für die Substrukturierung eines komplexen Systems nur geeignet, wenn dieses in *rückwirkungsfreie* Teilsysteme zerlegt werden kann. Diese Rückwirkungsfreiheit kann in der Schwingungstechnik und Akustik in der Regel dann angenommen werden, wenn die Schnittstellen zwischen den Komponenten über ausreichend nachgiebige Isolationselemente verbunden sind. Sollen die Systemgrenzen bei der Substrukturierung unabhängig von diesen Voraussetzungen gezogen werden, so wird eine Beschreibungsmethode benötigt, welche die Rückwirkung mit erfasst.

Abgeleitet aus der Theorie elektrischer Netzwerke hat sich über die elektrischen Analogien auch für die

Analyse rückwirkungsbehafteter mechanischer Systeme die Beschreibung durch Vierpole[4] etabliert. Eine Motivation liegt in der Tatsache begründet, dass die Beschreibung von Vierpolen in Form von Matrizen eine leistungsfähige mathematische Methode darstellt, welche in neuerer Zeit zusätzlich sehr effizient durch Berechnungs- und Simulationsprogramme, wie z.B. Matlab-Simulink® oder Mathematika®, unterstützt wird.

Unter einem Vierpol versteht man einen Übertragungsblock mit zwei Eingängen und zwei Ausgängen. Das Übertragungsverhalten jedes linearen Vierpols kann durch zwei Gleichungen beschrieben werden, welche durch Linearkombination die je zwei Eingangs- und Ausgangsgrößen verknüpfen. Für die Formulierung der Gleichungen gibt es damit prinzipiell sechs Möglichkeiten. In der Akustik und Schwingungstechnik haben sich insbesondere die Darstellung in Form der Impedanzmatrix sowie der Transfermatrix[5] etabliert. Ein mechanischer Vierpol mit der Kraft F und der Bewegungsgeschwindigkeit v an Eingang und Ausgang lässt sich beispielsweise in Form der Impedanzmatrix [Z] wie folgt beschreiben:

$$F_1 = Z_{11} \cdot v_1 + Z_{12} \cdot v_2$$

$$-F_2 = Z_{21} \cdot v_1 + Z_{22} \cdot v_2$$

oder in Matrix-Schreibweise:

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ -F_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = [Z] \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Die Transfermatrix $[T]$ ergibt sich aus folgender Darstellungsform:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ F_1 \end{pmatrix} = [T] \cdot \begin{pmatrix} v_2 \\ F_2 \end{pmatrix}$$

Wird nun ein Gesamtsystem durch hintereinanderschalten (Kettenschaltung) von Teilsystemen gebildet, so ergibt sich die Transfermatrix für das Gesamtsystem sehr einfach aus der Multiplikation der Transfermatrizen der einzelnen Teilsysteme:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ F_1 \end{pmatrix} = [T] \cdot \begin{pmatrix} v_{n+1} \\ F_{n+1} \end{pmatrix}$$

$$[T] = [T1] \cdot [T2] \cdot \; .. \; [Tn]$$

[4] In der Literatur auch Zweitor genannt
[5] In der Literatur auch Kettenmatrix genannt

Bild 2-18: Beschreibung eines rückwirkungsbehafteten mechanischen Systems durch Vierpole mittels Transfermatrizen

Unabhängig vom konkreten Aufbau der einzelnen Vierpole haben die Elemente der Matrizen eine physikalische Bedeutung, welche auch dazu genutzt werden kann, um durch Messung an Eingang und Ausgang (black box) oder aus der Kenntnis der physikalischen Zusammenhänge innerhalb eines Vierpols (white box) die Elemente der Matrizen zu bestimmen. So gelten beispielsweise für die Elemente der Impedanzmatrix die Definitionsgleichungen von **Tabelle 2-5**.

$Z_{11} = \left.\frac{F_1}{v_1}\right\vert_{v2=0}$	Eingangsimpedanz
$Z_{12} = \left.\frac{F_1}{v_2}\right\vert_{v1=0}$	Transferimpedanz rückwärts
$Z_{21} = -\left.\frac{F_2}{v_1}\right\vert_{v2=0}$	Transferimpedanz vorwärts
$Z_{22} = -\left.\frac{F_2}{v_2}\right\vert_{v1=0}$	Ausgangsimpedanz

Tabelle 2-5: Koeffizienten der Impedanzmatrix

Die verschiedenen Beschreibungsformen sind grundsätzlich äquivalent. Deshalb können sie direkt ineinander umgerechnet werden. Für die Umrechnung der Impedanzmatrix in die Transfermatrix gilt z.B. der folgende Zusammenhang:

$$[T] = \frac{1}{Z_{12}} \begin{bmatrix} Z_{22} & 1 \\ \det(Z) & Z_{11} \end{bmatrix}$$

Aus den Definitionsgleichungen in **Tabelle 2-5** lassen sich die Matrizen für konkrete Vierpole ableiten. In **Tabelle 2-6** sind die Transfermatrix und die Impedanz- bzw. Admittanzmatrix für elementare Übertragungsglieder aufgelistet.

Vierpol	$[T]$	$[Y]=[Z]^{-1}$
$Y=1/Z$	$\begin{bmatrix}1 & Y\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}Z & Z\\Z & Z\end{bmatrix}$
$Y=1/Z$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\Z & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}Y & Y\\Y & Y\end{bmatrix}$
Y_1, Y_2	$\begin{bmatrix}1+Y_1Z_2 & Y_1\\Z_2 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}Y_1+Y_2 & Y_2\\Y_2 & Y_2\end{bmatrix}$
Y_1, Y_2	$\begin{bmatrix}1 & Y_2\\Z_1 & 1+Y_2Z_1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}Z_1+Z_2 & Z_2\\Z_2 & Z_2\end{bmatrix}$

Tabelle 2-6: Matrizen elementarer Vierpole

Sind die Matrixelemente und die Abschlußimpedanz Z_L bekannt, so lassen sich daraus alle interessierenden Übertragungsfunktionen bestimmen. In **Tabelle 2-7** sind diese in Abhängigkeit von den Elementen der Transfermatrix dargestellt:

Kraft-übertragung	$\frac{F_2}{F_1}=\frac{1}{T_{22}+T_{21}/Z_L}$
Geschwindigkeits-übertragung	$\frac{v_2}{v_1}=\frac{1}{T_{11}+T_{12}\cdot Z_L}$
Eingangs-impedanz	$\frac{F_1}{v_1}=\frac{T_{21}/Z_L+T_{22}}{T_{11}/Z_L+T_{12}}$
Ausgangs-impedanz	$\frac{F_2}{v_2}=\frac{T_{21}/Z_L+T_{11}}{T_{22}/Z_L+T_{12}}$
Transfer-admittanz vorwärts	$\frac{v_2}{F_1}=\frac{1/Z_L}{T_{21}/Z_L+T_{22}}$
Transfer-impedanz vorwärts	$\frac{F_2}{v_1}=\frac{1}{T_{11}/Z_L+T_{12}}$

Tabelle 2-7: Übertragungsfunktionen in Abhängigkeit von den Elementen der Transfermatrix

Beispielhaft sei nachstehend der Einmassenschwinger gemäß **Bild 2-14** betrachtet. Im Unterschied zu Kapitel 2.2.3 soll in diesem Fall am Fußpunkt angeregt werden:

Bild 2-19: Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung in Vierpoldarstellung

Die Transfermatrix $[T1]$ bestimmt sich aus der Mobilität Y_n des Feder-Dämpfer-Systems:

$$[T1]=\begin{bmatrix}1 & Y_n\\0 & 1\end{bmatrix} \qquad \text{mit } Y_n=\frac{s\cdot n}{s\cdot n\cdot d+1}$$

Die Transfermatrix $[T2]$ bestimmt sich aus der Impedanz Z_m der trägen Masse:

$$[T2]=\begin{bmatrix}1 & 0\\Z_m & 1\end{bmatrix} \qquad \text{mit } Z_m=s\cdot m$$

Für das Gesamtsystem gilt:

$$\begin{pmatrix}v_1\\F_1\end{pmatrix}=[T]\cdot\begin{pmatrix}v_2\\0\end{pmatrix}$$

mit

$$[T]=[T1]\cdot[T2]=\begin{bmatrix}1+Y_n\cdot Z_m & Y_n\\Z_m & 1\end{bmatrix}$$

Daraus lässt sich nach **Tabelle 2-7** z.B. für die Geschwindigkeits-Übertragungsfunktion folgender Ausdruck ableiten ($Z_L = 0$):

$$V=\frac{v_2}{v_1}=\frac{1}{T_{11}}=\frac{s\cdot n\cdot d+1}{s^2\cdot m\cdot n+s\cdot n\cdot d+1}$$

Dieses Ergebnis kann man leicht durch Aufstellen der Differentialgleichungen für das mechanische System oder durch komplexe Rechnung anhand der elektrischen Analogie verifizieren (siehe dazu Kapitel 2.2.3). Eine Matlab®-Funktion für den Amplitudengang obiger Übertragungsfunktion ist in **Tabelle 2-8** dargestellt.

Wie das vorstehende Beispiel zeigt, sind die elektromechanischen Vierpole unmittelbar geeignet, mechanische Schwingungssysteme mit ihren Rückwirkun-

```
function[f,V]=Feder_Masse_System(n,m,d)
f=logspace(1,3,100);
for i=1:length(f)
s=j*2*pi*f(i);
Yn=s*n/(s*n*d+1);
T1=[1 Yn; 0 1];
Zm=s*m;
T2=[1 0; Zm 1];
T=T1*T2;
V(i)=abs(1/T(1,1));
end;
```

Tabelle 2-8: Matlab®-Funktion für das Feder-Masse-System von **Bild 2-19**

Bild 2-20: Matlab®-Darstellung des Amplitudenganges von V mit $n = 10^{-3}$; $m = 10^{-2}$; $d = 10^{-3}$

gen zu beschreiben. Davon wird u.a. in Kapitel 3 Gebrauch gemacht. Ersetzt man die mechanische Kraft F durch den Schalldruck p und interpretiert die Bewegungsgeschwindigkeit als Schallschnelle, so kann die identische elektromechanische Beschreibungsform auch für akustische Systeme herangezogen werden (u.a. Kapitel 5). Bei der Beschreibung des akustischen Übertragungsverhaltens in Rohren und Kanälen (Kapitel 5.7) mit Hilfe der Transfermatrix-Methode wird im Gegensatz dazu die elektroakustische Analogie genutzt. Damit muss in vorstehenden Gleichungen die Kraft F durch den Schallfluß q und die Schnelle v durch den Schalldruck p ersetzt werden **(Bild 2-21)**. In beiden akustischen Fällen wird das Übertragungsverhalten normalerweise nicht durch die Übertragungsfunktionen von **Tabelle 2-7**, sondern durch den sogenannten Transmissionsgrad τ beschrieben. Dieser stellt das Verhältnis von eingestrahlter zu übertragener Energie dar (Kapitel 5.2.3).

Bild 2-21: Allgemeine Methodik der Vierpolbeschreibung von vibroakustischen Systemen

Literatur

[1] Zwicker, E.; Fastl, H.: Psychoacoustics, Springer Verlag Berlin/Heidelberg/New York, 2nd Edition, 1999

[2] FVV Forschungsvorhaben „Störgeräusch“, Beurteilung und Katalogisierung von Störgeräuschen bei Verbrennungsmotoren, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V. Frankfurt am Main, Heft 746, 2001

[3] FVV Forschungsvorhaben „Motorgeräuschgestaltung II“ Gestaltung des Geräusches von Verbrennungsmotoren zur Beeinflussung des Höreindrucks unter Berücksichtigung der Luft- und Körperschallübertragung, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V., Frankfurt am Main, Heft 746, 2002

[4] Aigner, J.: Zur zuverlässigen Beurteilung von Fahrzeugen. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 84 (1982), Nr. 9, S. 447–450

[5] Goldstein, E. B.: Wahrnehmungspsychologie: eine Einführung; Dt. Übers. hrsg. von Manfred Ritter; Spectrum Verlag Heidelberg, Berlin, Oxford (1997)

[6] Zwicker, E.; Zollner, M. (1987). Elektroakustik, Springer-Verlag, Berlin u. a.

[7] Beitz, W. und G. Pahl: Konstruktionslehre – Methoden und Anwendung. Springer, Berlin, 4. Auflage, 1997

[8] Ehrlenspiel, Klaus: Integrierte Produktentwicklung – Methoden für Prozessorganisation, Produkterstellung und Konstruktion. Carl Hanser Verlag, München, 1995

[9] Fastl, H.: Audio-visual interactions in loudness evaluation, 18th ICA, Kyoto (2004), 1161–1166

[10] Koordinierungs- und Beratungsstelle der Bundesregierung für Informationstechnik in der Bundesverwaltung (KBSt): Grundlagen des V-Modells, 2004